

2.4. Задачі для самостійної роботи

Напруженість поля точкових зарядів

2.1. Відстань d між двома точковими зарядами $Q_1 = 8 \text{ нКл}$ і $Q_2 = -5,3 \text{ нКл}$ дорівнює 40 см . Визначити напруженість електричного поля в точці, що знаходиться посередині між двома зарядами. Чому буде дорівнювати напруженість, якщо другий заряд буде позитивним?

2.2. Електричне поле створено двома точковими зарядами $Q_1 = 10 \text{ нКл}$ і $Q_2 = -20 \text{ нКл}$, що знаходяться на відстані $d = 20 \text{ см}$ один від одного. Визначити напруженість E поля в точці, віддаленій від першого заряду на $r_1 = 30 \text{ см}$ і від другого на $r_2 = 50 \text{ см}$.

2.3. Відстань d між двома точковими позитивними зарядами $Q_1 = 9Q$ і $Q_2 = Q$ дорівнює 8 см . На якій відстані від першого заряду знаходиться точка, в якій напруженість E поля зарядів дорівнює нулю? Де буде знаходитись ця точка, якщо другий заряд буде негативним?

2.4. Два точкові заряди $Q_1 = 2Q$ та $Q_2 = -Q$ знаходяться на відстані d один від одного. Знайти положення точки на прямій, що проходить через ці заряди, напруженість E поля в якій дорівнює нулеві.

2.5. Електричне поле створено двома точковими зарядами $Q_1 = 40 \text{ нКл}$ та $Q_2 = -10 \text{ нКл}$, що знаходяться на відстані $d = 10 \text{ см}$ один від одного. Визначити напруженість E поля в точці, віддаленій від першого заряду на $r_1 = 12 \text{ см}$ і від другого на $r_2 = 6 \text{ см}$.

2.6. У вершинах правильного шестикутника зі стороною a розміщені точкові заряди однакової величини q . Знайти напруженість поля E в центрі шестикутника за умови, що: а) знак усіх зарядів однаковий, б) знаки сусідніх зарядів протилежні.

2.7. N точкових зарядів $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_N$ розміщені у вакуумі в точках з радіусами-векторами $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_N$. Записати вираз для напруженості поля \vec{E} в точці, визначеній радіусом-вектором \vec{r} .

2.8. Позитивний точковий заряд 50 мкКл знаходиться на площині XOY в точці з радіус-вектор якої $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, де \vec{i} та \vec{j} – орти осей OX та OY . Знайти напруженість електричного поля та її модуль в точці, радіус-вектор якої $\vec{r}_E = 8\vec{i} - 5\vec{j}$. Тут \vec{r}_0 та \vec{r} – подано в метрах.

2.9. У вершинах квадрата з діагоналлю $2l$ знаходяться точкові заряди q та $-q$. Знайти модуль напруженості електричного поля в точці, що знаходиться на відстані x від центра квадрата та розміщеній симетрично відносно його вершин.

Напруженість поля заряду, розподіленого по колу та сфері

2.10. На металевій сфері з радіусом $R = 10 \text{ см}$ знаходиться заряд $Q = 8 \text{ нКл}$. Визначити напруженість E поля в таких точках: а) на відстані $r_1 = 1 \text{ см}$ від центра сфери; б) на її поверхні; в) на відстані $r_2 = 15 \text{ см}$ від центра сфери. Побудувати графік залежності E від r .

2.11. Дві концентричні металеві заряджені сфери, радіуси яких $R_1 = 6 \text{ см}$ та $R_2 = 10 \text{ см}$, несуть відповідно заряди $Q_1 = 1 \text{ нКл}$ і $Q_2 = -0,5 \text{ нКл}$. Знайти напруженість E поля в точках, віддалених від центра сфери на відстані $r_1 = 5 \text{ см}$, $r_2 = 9 \text{ см}$, $r_3 = 15 \text{ см}$. Побудувати графік залежності $E(r)$.

2.12. На тонкому колі радіусом $R = 8 \text{ см}$ рівномірно розподілено заряд з лінійною густиною $\tau = 10 \text{ нКл/м}$. Яка напруженість електричного поля в точці, рівновіддаленій від усіх точок кола на відстань $r = 10 \text{ см}$?

2.13. По тонкому дротяному кільцю радіусом $R = 60 \text{ мм}$ рівномірно розподілений заряд $q = 20 \text{ нКл}$.

а) Припустивши вісь кільця за вісь X , знайти напруженість поля \vec{E} як функцію X (початок відліку X помістити в центр кільця);

б) дослідити випадки: $\vec{x} = 0$ та $|\vec{x}| \gg r$;

в) визначити максимальне значення модуля напруженості E_m і координати \vec{x}_m точок, у яких воно спостерігається.

2.14. На тонкому півкільці радіусом $R = 20 \text{ см}$ рівномірно розподілений заряд $q = 0,7 \text{ нКл}$. Знайти модуль напруженості електричного поля в центрі цього півкільця.

2.15. Кільце з радіусом R з тонкого дроту має заряд q . Знайти модуль напруженості електричного поля на осі кільця як функцію відстані l до його центра. Дослідити отриману залежність, якщо $l \gg R$. Визначити максимальне значення напруженості та відповідну відстань l .

2.16. Точковий заряд q знаходиться в центрі тонкого кільця радіусом R , по якому рівномірно розподілений заряд $-q$. Знайти модуль напруженості електричного поля на осі кільця в точці, що знаходиться на відстані x від центра, якщо $x \gg R$.

2.17. Тонке непровідне кільце радіусом R заряджене з лінійною густиною $\lambda = \lambda_0 \cos \varphi$, де λ_0 – постійна, φ – азимутальний кут. Знайти модуль напруженості електричного поля: а) у центрі кільця; б) на осі кільця залежно від відстані x від його центра. Дослідити отриманий вираз, якщо $x \gg R$.

2.18. Сфера радіусом r заряджена з поверхневою густиною $\sigma = \vec{a} \cdot \vec{r}$, де \vec{a} – постійний вектор; \vec{r} – радіус-вектор точки сфери відносно її центра. Знайти напруженість електричного поля в центрі сфери.

Напруженість поля зарядженої лінії

2.19. На прямому металевому стрижні діаметром $d = 5$ см та довжиною $l = 4$ м рівномірно розподілений по його поверхні заряд $Q = 500$ нКл. Визначити напруженість E поля в точці, що знаходиться навпроти середини стрижня на відстані $a = 1$ см від його поверхні.

2.20. На дуже довгому прямому провіднику рівномірно розподілений заряд вздовж його довжини. Визначити лінійну густину τ заряду, якщо напруженість E поля на відстані $a = 0,5$ м від провідника напроти його середини дорівнює 200 В/м.

2.21. Відстань d між двома довгими прямими провідниками, розташованими паралельно один одному, дорівнює 16 см. Провідники рівномірно заряджені різнойменними зарядами з лінійною густиною $|\tau| = 150$ мкКл/м. Яка напруженість E поля в точці, віддаленій на $r = 10$ см як від першого, так і від другого провідника ?

2.22. На нескінченно довгій тонкостінній металевій трубці радіусом $R = 2$ см рівномірно розподілений по поверхні заряд ($\sigma = 1 \text{ нКл/м}^2$). Визначити напруженість E поля в точках, віддалених від осі трубки на відстані $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см. Побудувати графік залежності $E(r)$.

2.23. Дві довгі тонкостінні коаксіальні трубки, радіуси яких $R = 2$ см і $R = 4$ см, містять заряди, рівномірно розподілені по довжині з лінійними густинами $\tau_1 = 1 \text{ нКл/м}$ та $\tau_2 = -0,5 \text{ нКл/м}$. Простір між трубками заповнено ебонітом. Визначити напруженість E поля в точках, що знаходяться на відстанях $r_1 = 1$ см, $r_2 = 3$ см, $r_3 = 5$ см від осі трубок. Побудувати графік залежності $E(r)$.

2.24. На відрізку тонкого прямого провідника завдовжки $l = 10$ см рівномірно розподілений заряд з лінійною густиною $\tau = 3 \text{ мкКл/м}$. Визначити напруженість E , яка утворюється зарядом в точці, що знаходиться на осі провідника і віддалена від найближчого кінця відрізка на відстань, що дорівнює довжині цього відрізка.

2.25. Тонкий стрижень завдовжки $l = 10$ см заряджений з лінійною густиною $\tau = 400 \text{ нКл/м}$. Знайти напруженість E електричного поля в точці, що знаходиться на перпендикулярі до стрижня, проведеному через один з кінців стрижня, на відстані $r = 8$ см від цього кінця.

2.26. Тонкий стрижень довжиною $l = 12$ см заряджений з лінійною густиною $\tau = 200 \text{ нКл/м}$. Знайти напруженість E електричного поля в точці, що знаходиться на відстані $r = 5$ см від стрижня проти його середини.

2.27. Електричне поле створено тонким рівномірно зарядженим стрижнем, який зігнутий по трьох сторонах квадрата (рис. 2.7). Довжина a сторони квадрата дорівнює 20 см. Лінійна густина τ зарядів дорівнює 500 нКл/м. Визначити напруженість E поля в точці А.

2.28. Два тонкі прямі стрижні довжиною $l_1 = 12$ см та $l_2 = 16$ см кожний, заряджені з лінійною густиною $\tau = 400 \text{ нКл/м}$. Стрижні утворюють прямий кут. Знайти напруженість E поля в точці А (рис. 2.8).

2.29. Дуже тонкий стрижень довжиною $2l$ знаходиться у вакуумі. Стрижень заряджений з лінійною густиною τ . Знайти

модуль напруженості E поля як функцію відстані від центра стрижня для точок, що лежать на продовженні його осі. Дослідити випадок $r \gg l$.

2.30. Нескінченна тонка нитка заряджена однорідно з лінійною густиною τ . Скориставшись теоремою Гаусса, знайти модуль напруженості E як функцію відстані від нитки.

2.31. Нитка заряджена однорідно з лінійною густиною τ і має форму, як показано на рис. 2.9, *а*, *б*. Радіус заокруглення R значно менший від довжини нитки. Скориставшись результатом попередньої задачі, знайти модуль напруженості поля в точці O для конфігурації (*а*) і (*б*).

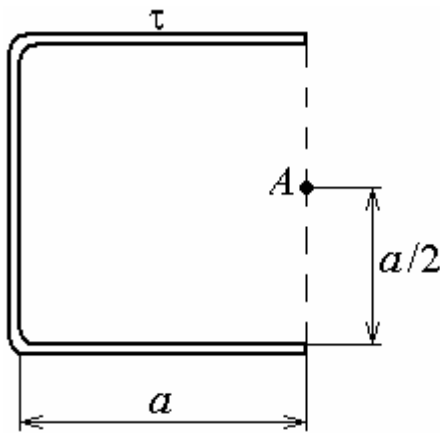


Рис. 2.7

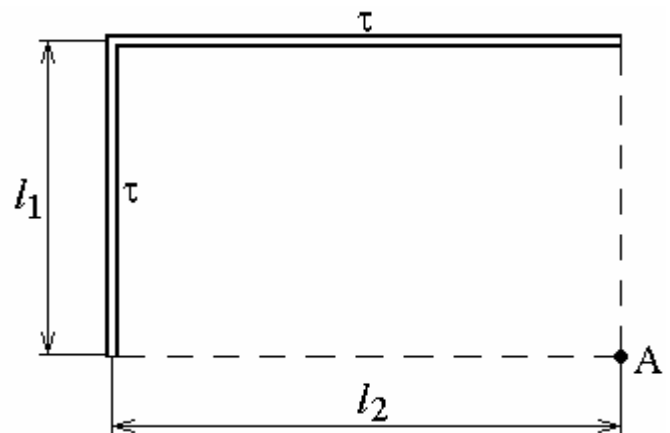


Рис. 2.8

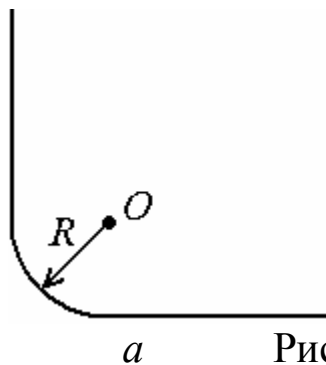
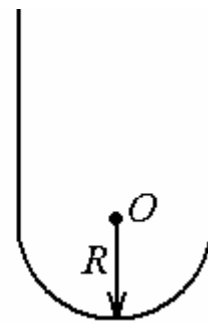


Рис. 2.9



б

2.32. Дві довгі паралельні нитки рівномірно заряджені з лінійною густиною $\tau = 0,5$ мкКл/м. Відстань між нитками $l = 45$ см. Знайти максимальне значення вектора напруженості поля в площині симетрії цієї системи, що розміщена між нитками.

Напруженість поля зарядженої площини

2.33. Електричне поле створено двома нескінченно-паралельними пластинами, рівномірно зарядженими з

поверхневими густинами $\sigma_1 = 2 \text{ нКл/м}^2$ і $\sigma_2 = -5 \text{ нКл/м}^2$. Визначити напруженість E поля: а) між пластинами; б) зовні пластин. Побудувати графік зміни напруженості вздовж лінії, перпендикулярної до пластин.

2.34. Дві нескінченні паралельні площини рівномірно заряджені з поверхневими густинами $\sigma_1 = 10 \text{ нКл/м}^2$ та $\sigma_2 = -30 \text{ нКл/м}^2$. Визначити силу взаємодії між пластинами, що припадає на одиницю площі.

2.35. Дві нескінченні площини, що мають однаковий заряд, рівномірно розподілений з поверхневою густиною $\sigma = 100 \text{ нКл/м}$, перетинаються під кутом $\alpha = 60^\circ$. Знайти напруженість поля, яке створюють площини, та намалювати картину електричних силових ліній.

2.36. На двох нескінченних пластинах, що розміщені під прямим кутом одна до одної, рівномірно розподілені по площині заряди з поверхневою густиною $\sigma_1 = 1 \text{ нКл/м}^2$ і $\sigma_2 = 2 \text{ нКл/м}^2$. Визначити напруженість електричного поля, створеного пластинами. Намалювати картину електричних силових ліній.

2.37. Дві однакові прямокутні паралельні пластини, довжини сторін яких $a = 10 \text{ см}$ і $b = 15 \text{ см}$, розташовані на малій (порівняно з лінійними розмірами пластин) відстані одна від одної. На одній з пластин рівномірно розподілений заряд $Q_1 = 50 \text{ нКл}$, а на другій – $Q_2 = 150 \text{ нКл}$. Визначити напруженість електричного поля між пластинами.

2.38. Дві круглі паралельні пластини радіусом $R = 10 \text{ см}$ знаходяться на малій (порівняно з радіусом) відстані одна від другої. Пластинам надали однакові за абсолютним значенням та протилежні за знаком заряди $|Q_1| = |Q_2| = Q$. Визначити заряд Q , якщо пластини притягуються із силою $F = 2 \text{ мН}$. Вважати, що заряди розподіляються по поверхні пластин рівномірно.

2.39. Плоский конденсатор складається з двох круглих пластин радіусом r , що знаходяться на відстані $2a$ ($a \ll r$) одна від одної. Пластини мають однакові за величиною різнойменні заряди ($+\sigma$ і $-\sigma$). Початок координат знаходиться в центрі конденсатора і вісь X перпендикулярна до пластин, що проходить через їх центри. Дослідити напруженість поля в точках, які лежать на осі X . Для цього знайти: а) $E(x)$; б) $E(0)$, тобто в центрі конденсатора; в) $E(a - 0)$, тобто в точці з координатою $x = a - \delta$, $\delta \rightarrow 0$; г) $E(a + 0)$, тобто в

точці з координатою $x = a + \delta$, $\delta \rightarrow 0$; д) $E(x)$ для випадку, коли $x \gg r$. Площиною пластин знехтувати.

2.40. Нескінченно довга циліндрична поверхня круглого перерізу заряджена рівномірно по довжині з поверхневою густиною $\sigma = \sigma_0 \cos \varphi$, де φ – полярний кут циліндричної системи координат, вісь OZ якої збігається з віссю цієї поверхні. Знайти модуль і напрямок напруженості електричного поля на осі.

Напруженість поля заряду, розподіленого по об'єму

2.41. Велика плоска пластина товщиною $d = 1$ см містить заряд, рівномірно розподілений по об'єму з об'ємною густиною

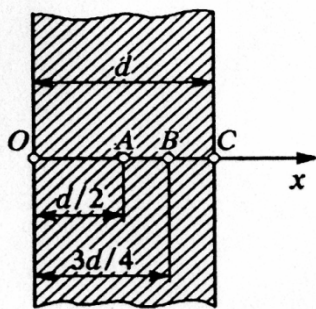


Рис. 2.10

$\rho = 100 \text{ нКл/м}^3$. Знайти напруженість E електричного поля поблизу центральної частини пластини та за її межами на малій відстані від поверхні.

2.42. Лист скла товщиною $d = 2$ см рівномірно заряджений з об'ємною густиною $\rho = 1 \text{ нКл/м}^3$. Визначити напруженість E та зміщення D електричного поля в точках A, B, C (рис. 2.10). Побудувати графік залежності $E(x)$ (вісь x перпендикулярна до поверхні скла).

2.43. Ебонітова суцільна куля радіусом $R = 5$ см, рівномірно заряджена з об'ємною густиною $\rho = 10 \text{ нКл/м}^3$. Визначити напруженість E та зміщення електричного D поля в точках: а) на відстані $r_1 = 3$ см від центра сфери; б) на поверхні сфери; в) на відстані $r_2 = 10$ см від центра сфери. Побудувати графік залежності $E(r)$ і $D(r)$.

2.44. Скляна куля містить рівномірно розподілений по об'єму заряд з об'ємною густиною $\rho = 100 \text{ нКл/м}^3$. Внутрішній радіус R_1 кулі дорівнює 5 см, зовнішній – $R_2 = 10$ см. Обчислити напруженість E і зміщення D електричного поля в точках, віддалених від центра сфери на відстань: а) $r_1 = 3$ см; б) $r_2 = 6$ см; в) $r_3 = 12$ см. Побудувати графіки залежностей $E(r)$ і $D(r)$.

2.45. Довгий парафіновий циліндр радіусом $R = 2$ см, рівномірно заряджений з об'ємною густиною $\rho = 10 \text{ нКл/м}^3$. Визначити напруженість E та зміщення D електричного поля в

точках, що знаходяться на осі циліндра на відстані: а) $r_1 = 1$ см; б) $r_2 = 3$ см від осі циліндра. Обидві точки рівновіддалені від кінців циліндра. Побудувати графік залежностей $E(r)$ і $D(r)$.

2.46. У середині кулі, зарядженої однорідно з об'ємною густиною ρ , є сферична порожнина, у якій зарядів немає. Зсув центра порожнини відносно центра кулі визначається вектором \vec{a} . Знайти напруженість поля E всередині порожнини. Розглянути випадок $\vec{a} = 0$.

2.47. Простір заповнено зарядом густини $\rho = \rho_0 \exp(-\alpha r^3)$, де ρ_0 та α – константи. Знайти \vec{E} як функцію \vec{r} . Дослідити характер поля за великих та малих \vec{r} (великими вважати значення \vec{r} , що задовольняють умови $\alpha r^3 \gg 1$, малими – $\alpha r^3 \ll 1$).

Сила, що діє на заряд в електричному полі

2.48. Тонка нитка рівномірно заряджена по довжині з лінійною густиною $\tau = 2$ мкКл/м. Поблизу середньої частини нитки на відстані $r = 1$ см, малій відносно її довжини, знаходиться точковий заряд $Q = 0,1$ мкКл. Визначити силу F , що діє на заряд.

2.49. Велика металева пластина рівномірно заряджена по поверхні ($\sigma = 10$ нКл/м²). На малій відстані від пластини знаходиться точковий заряд $Q = 100$ нКл. Знайти силу F , що діє на заряд.

2.50. Точковий заряд $Q = 1$ мкКл знаходиться поблизу великої рівномірно зарядженої пластини напроти її середини. Визначити поверхневу густину σ заряду пластини, якщо на точковий заряд діє сила $F = 0,06$ Н.

2.51. Паралельно нескінченній пластині, що рівномірно заряджена з поверхневою густиною $\sigma = 20$ нКл/м², розміщено тонку нитку з рівномірно розподіленим по довжині зарядом ($\tau = 0,4$ нКл/м). Визначити силу F , що діє на відрізок нитки завдовжки $l = 1$ м.

2.52. Нескінченна пряма нитка рівномірно заряджена з лінійною густиною $\tau_1 = 10^3$ нКл/м. На одній осі з ниткою розміщено тонке коло, заряджене рівномірно з лінійною густиною $\tau_2 = 10$ нКл/м. Визначити силу F , що розтягує коло. Взаємодією між окремими частинами кола знехтувати.

2.53. Дві паралельні нескінченно довгі прямі нитки заряджені рівномірно по довжині з лінійною густиною $\tau_1 = 100 \text{ нКл/м}$ та $\tau_2 = 200 \text{ нКл/м}$. Визначити силу F взаємодії що припадає на відрізок нитки завдовжки 1 м. Відстань R між нитками дорівнює 10 см.

2.54. Дві однакові круглі пластини площею $S = 100 \text{ см}^2$ кожна розташовані паралельно одна одній. Заряд Q_1 однієї пластини дорівнює $+100 \text{ нКл}$, другої $Q_2 = -100 \text{ нКл}$. Визначити силу F взаємного притягання пластин у двох випадках, коли відстань між ними: а) $r_1 = 2 \text{ см}$; б) $r_2 = 10 \text{ м}$.

2.55. Металева куля має заряд $Q_1 = 100 \text{ нКл}$. На відстані, що дорівнює радіусу кулі, знаходиться кінець нитки, витягнутої вздовж силової лінії. Нитка рівномірно заряджена по довжині ($Q_2 = 10 \text{ нКл}$). Довжина нитки дорівнює радіусу кулі. Визначити силу F , що діє на нитку, якщо радіус R кулі дорівнює 10 см.

2.56. Тонка нескінченно довга нитка має заряд τ на одиницю довжини та розміщена паралельно провідній площині. Відстань між ниткою та площиною дорівнює l . Знайти: а) модуль сили, що діє на одиницю довжини нитки; б) розподіл поверхневої густини заряду $\sigma(x)$ на площині (де x – відстань від прямої на площині, $\sigma = \text{max}$).

Потік векторів напруженості та електричного зміщення

2.57. Нескінченна площина, рівномірно заряджена з поверхневою густиною $\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$. На деякій відстані від площини паралельно їй розміщено коло радіусом $r = 10 \text{ см}$. Визначити потік Φ_E вектора напруженості через це коло.

2.58. Плоска квадратна пластинка з довжиною сторони a , що дорівнює 10 см, знаходиться на деякій відстані від нескінченної рівномірно зарядженої ($\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$) площини. Площина пластинки утворює кут $\beta = 30^\circ$ з лініями поля. Знайти потік N_D електричного зміщення через цю пластинку.

2.59. У центрі сфери радіусом $R = 20 \text{ см}$ знаходиться точковий заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Визначити потік Φ_E вектора напруженості через частину сферичної поверхні площею $S = 20 \text{ см}^2$.

2.60. Прямокутна пластина зі сторонами a та b , які дорівнюють 3 та 2 см відповідно, знаходиться на відстані $R = 1$ м від точкового заряду $Q = 1$ мкКл. Пластину зорієнтовано так, що лінії напруженості утворюють кут $\alpha = 30^\circ$ з її поверхнею. Знайти потік Φ_E вектора напруженості через пластину.