

Лекція 3.

ПОВЕРХНЕВІ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОНИ

Пружність кристалічних середовищ є головною умовою існування в них коливних процесів та поширення хвиль. Це можуть бути як об'ємні, так і поверхневі хвилі, розглянуті в першій лекції. В плазмі твердого тіла також можливі коливні довготриваючі процеси. В основі механізму їх виникнення є взаємодія заряджених частинок плазми. Оскільки ці ж частинки взаємодіють із зовнішніми електромагнітними полями, то існує практична можливість (і потреба!) керувати процесами генерації та розповсюдження хвиль.

Найважливішою характеристикою поверхневих хвиль є те, що їх енергія локалізована лише в поверхневому шарі і тому густина енергії може значно перевищувати об'ємні значення. Ця ж обставина сприяє ефективному обміну інформацією між зовнішніми пристроями та хвильовим середовищем.

Основна мета лекції – це теоретичний опис поверхневих хвиль на межі провідного середовища та вакууму. Як і в першій лекції, вважаємо середовище суцільним. Його електричні властивості характеризуються діелектричною проникливістю ϵ . Такий підхід означає, що відстані між окремими частинками значно менші, ніж характерні довжини електромагнітних хвиль. Це типове наближення для оптичних явищ, яке неістотно звужує область теоретичного опису.

Поверхневі електромагнітні хвилі в науковій літературі називають поверхневими поляритонами (surface polaritons), а хвилі на межі середовищ з високою провідністю (метали, напівпровідники) і повітря – поверхневими плазмон-поляритонами (surface plasmon polaritons), рідше – поверхневими плазмонами (surface plasmons), що вказує на вирішальний внесок вільних носіїв заряду у формування хвилі.

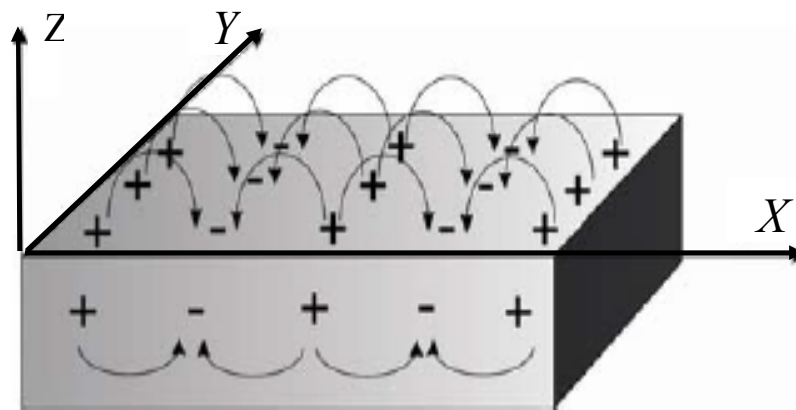


Рис. 1. Стрілками показано напрямки неоднорідного електричного поля хвилі в поверхневому шарі провідника.

Поверхневі електромагнітні хвилі, коли вони поширюються вздовж циліндричного провідника, вперше були описані Зоммерфельдом 1899 р. На початку ХХ ст. Р. Вуд виявив темні лінії у спектрах дифракції світла на металевій ґратці: на деяких частотах світло не відбивалось (як це повинно було б спостерігатись), а навпаки - поглиналось.

В наступному параграфі ми опишемо загальну фізичну картину утворення об'ємних коливань заряду в електропровідному нескінченному середовищі. А вже потім розглянемо умови існування поверхневих хвиль, локалізованих біля плоскої поверхні провідника.

В наступній лекції розглянемо плазмон-поляритони в мікроскопічних металевих частинках сферичної форми. Порівняння двох граничних випадків допоможе краще зрозуміти фізичну суть поверхневих плазмон-поляритонів, їх роль у процесах взаємодії світла з металом.

Дисперсійне рівняння для об'ємних коливань.

Будемо виходити з рівнянь Максвелла, які у випадку, коли магнітна проникливість дорівнює одиниці, мають вигляд:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 4\pi\rho \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

Величини \vec{j} і ρ означають густину струму і густину заряду, відповідно. За межами металу вони дорівнюють нулеві, але відіграють істотну роль і на поверхні, і в об'ємі металу. В лінійній теорії (тобто при малих амплітудах полів) значення \vec{j} вважається пропорційним електричному полю ($\vec{j} = \sigma \vec{E}$), де електропровідність σ визначається кінетикою вільних електронів металу.

Подіємо зліва на обидві частини другого рівняння оператором $\vec{\nabla} \times$. Тоді, підставляючи замість $\vec{\nabla} \times \vec{H}$ його значення $\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}$, знайдемо рівняння для електричного поля \vec{E} у такому вигляді:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\sigma \vec{E} \right).\tag{2}$$

Це лінійне рівняння відносно невідомої функції \vec{E} , тому його можна задовольнити функцією $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}$, де величини \vec{E}_0 , ω , \vec{k} поки ще не визначені і не залежать від змінних \vec{r}, t . Такі розв'язки можуть існувати в нескінченному кристалі (тобто тоді, коли можна знехтувати впливом поверхні на коливання).

При вказаній залежності поля від координат і часу, в рівнянні (2) можна замінити $\frac{\partial}{\partial t}$ і $\vec{\nabla}$ відповідно на $i\omega$ та $-i\vec{k}$. В результаті одержимо:

$$-\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma \right) \vec{E}. \quad (3)$$

Величину, що знаходиться в круглих дужках правої частини, можна вважати діелектричною функцією системи $\varepsilon(\omega)$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma, \quad (4)$$

оскільки саме вона визначає, як змінюється електричне поле при переході з провідника до вакууму. Використовуючи вираз для високочастотної

провідності $\sigma = -i \frac{ne^2}{\omega m}$ (див Додаток), де m - маса електрона, а n - концентрація вільних електронів, перепишемо вираз (4) у вигляді

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (5)$$

де $\omega_p = (4\pi ne^2 / m)^{1/2}$ - плазмова частота. Формули (4),(5) можна знайти в [1], гл. IX.

Враховуючи тотожність $\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) = \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}) - k^2 \vec{E}$ та означення (4), перепишемо рівняння (3) у вигляді

$$-\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}) + k^2 \vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \vec{E}. \quad (6)$$

Електричне поле \vec{E} є сумою поздовжнього \vec{E}_l та поперечного \vec{E}_t полів:

$$\vec{E} = \vec{E}_t + \vec{E}_l, \quad (7)$$

де за означенням

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_l = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E}_t = 0. \quad (8)$$

Співвідношення (8) завжди виконуються, якщо $\vec{E}_t \parallel \vec{k}$ і $\vec{E}_t \perp \vec{k}$. Тоді з (8) для кожного поля одержимо окремі рівняння:

$$\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \vec{E}_t = 0 \quad (9)$$

$$k^2 \vec{E}_t = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \vec{E}_t. \quad (10)$$

Вони мають ненульові розв'язки, коли

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \omega_p^2 \\ \omega^2 &= \omega_p^2 + c^2 k^2. \end{aligned} \quad (11)$$

З верхнього рівняння (11) та рівняння (9) випливає, що частота поздовжніх об'ємних коливань не залежить від хвильового вектора k і дорівнює плазмовій частоті: $\omega = \omega_p$. Відповідно, з нижнього рівняння (11) знаходимо залежність частоти від хвильового вектора для поперечних хвиль:

$\omega = \sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2}$. При великих хвильових векторах k ($k \gg \omega_p / c$) вона асимптотично наближається до свого значення у вакуумі: $\omega \approx ck$. У цьому випадку умови поширення хвиль у провіднику і у вакуумі майже однакові. Причиною цього є те, що плазма провідника "не встигає" реагувати на швидкозмінне поле \vec{E}_t .

На рисунку (2) схематично показані знайдені залежності.

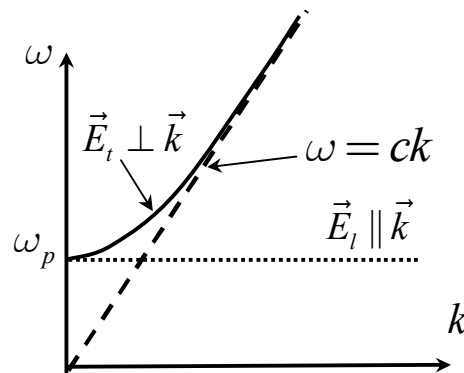


Рис. 2. Залежність частоти від хвильового вектора для поперечних ($\vec{E}_t \perp \vec{k}$) та поздовжніх ($\vec{E}_t \parallel \vec{k}$) об'ємних коливань. Ці частоти мають однакові значення лише при малих значеннях k ($k \rightarrow 0$). Саме у цьому випадку не має значення орієнтація поля відносно хвильового вектора.

Отже, для нескінченного середовища ми з'ясували, що коли поле хвилі є поперечним ($\vec{E} = \vec{E}_t$), то відповідна хвиля також поперечна (тобто у цій хвилі електричне поле перпендикулярне \vec{k}). Аналогічно, поздовжнє поле хвилі ($\vec{E} = \vec{E}_l$) було спрямоване вздовж вектора \vec{k} . В наступному параграфі ми переконаємось, що поперечне поле поверхневої хвилі (тобто поле, у якого $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$) не є перпендикулярним напрямку поширення. Тому поляризація такої хвилі має і поперечну, і поздовжню компоненти.

Поверхневі плазмон-поляритонні хвилі.

Якщо в попередньому прикладі напрямок поширення хвиль та розподіл їх енергії в просторі не залежав від просторових змінних, то поверхневі хвилі локалізуються лише в обмеженому шарі, товщина якого залежить від значення плазмової частоти ω_p та частоти коливання. Зрозуміло, що у цьому випадку знайдені в попередньому параграфі розв'язки рівн. (2) не можна використовувати, оскільки вони не задовольняють граничних умов.

У цьому параграфі розглянемо ситуацію, коли поверхня металу, що межує з вакуумом, є плоскою (див. рис. 3).

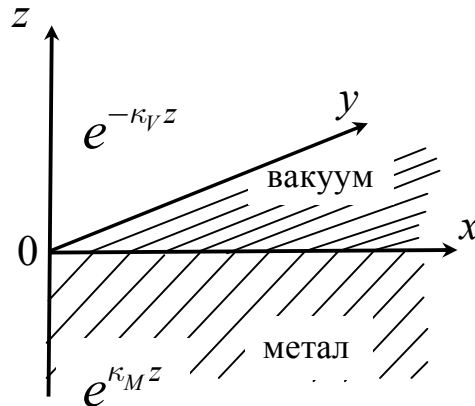


Рис. 3. Нескінченна поверхня металу знаходиться в площині $x y$. По обидва боки від неї поля затухають за експоненціальним законом, але з різними декрементами κ_V і κ_M .

При переході через поверхню вектор індукції не змінюється. Отже:

$$\varepsilon(\omega) E_{M,z}(z = -0) = E_{V,z}(z = +0), \quad (12)$$

де враховано, що у вакуумі $\varepsilon = 1$. Як бачимо, поля по різні боки від поверхні істотно відрізняються. Причиною цього є додаткове поле, індуковане поверхневим зарядом. В той же час цей заряд не впливає на паралельні компоненти полів. Це означає, що

$$\begin{aligned} E_{M,x}(z = -0) &= E_{V,x}(z = +0) \\ E_{M,y}(z = -0) &= E_{V,y}(z = +0). \end{aligned} \quad (13)$$

Далі дослідимо поширення поверхневих хвиль, поле яких є поперечним:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ (див. друге рівн. (8)). Шукатимемо розв'язок рівняння (2) у такому вигляді:

$$\vec{E}_{M,V}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{M,V}^0(z) e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \pm \kappa_{M,V} z}, \quad (14)$$

де вектори \vec{k} і \vec{r} мають лише x, y складові, $\kappa_{M,V} > 0$, а знак \pm означає, що амплітуда хвилі зменшується, коли точка z віддаляється від поверхні. Коли підставити вираз (14) в рівняння (2), то, враховуючи поперечність коливань і значення для $\varepsilon(\omega)$ (5), одержимо два рівняння для $\vec{E}_{M,V}(\vec{r}, t)$:

$$\begin{aligned} (\kappa_M^2 - k^2) \vec{E}_M &= -\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \vec{E}_M \\ (\kappa_V^2 - k^2) \vec{E}_V &= -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_V, \end{aligned} \quad (15)$$

з яких знайдемо

$$\kappa_M^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon, \quad \kappa_V^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (16)$$

З другого виразу в (16) видно, що поверхневі поперечні хвилі існують лише в тій області, де $\omega < ck$, тобто в області, де їх фазова швидкість ω/k менша швидкості світла.

Не обмежуючи загальності розгляду, вважатимемо, що вектор \vec{k} спрямований вздовж осі x , а y -ва складова поля відсутня ($E_{M,y} = E_{V,y} = 0$).

Тоді $\vec{k}\vec{r} = kx$, а умова поперечності полів запишеться у вигляді лише двох рівнянь:

$$\begin{aligned} -ikE_{M,x} + \kappa_M E_{M,z} &= 0 \\ -ikE_{V,x} - \kappa_V E_{V,z} &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Система чотирьох лінійних рівнянь (12),(13),(17) має ненульовий розв'язок, коли

$$\kappa_M = -\varepsilon \kappa_V, \quad (18)$$

тобто, коли відповідний детермінант лінійної системи вказаних рівнянь дорівнює нулю.

Щоб одержати у явному вигляді залежність частоти ω від хвильового вектора k , поділимо обидві частини (18) на κ_V , після чого ліву і праву

частини одержаного рівняння піднесемо до другої степені. Враховуючи співвідношення (16), одержимо взаємозв'язок між частотою і хвильовим вектором для поверхневих поперечних електромагнітних хвиль:

$$c^2 k^2 = \omega^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2 - 2\omega^2} \right). \quad (19)$$

З виразу (19) видно, що при малих частотах ($\omega_p^2 \gg 2\omega^2$) реалізується вже згадана залежність $\omega = ck$. Із збільшенням хвильового вектора k частота $\omega(k)$ наближається до постійного значення $\omega_p / \sqrt{2}$. При цьому групова та фазові швидкості зменшуються від максимального значення, що дорівнює швидкості світла c , до нуля (коли $k \rightarrow \infty$).

Власні коливання приповерхневого потенціального поля.

Поздовжнє електричне поле часто представляють у вигляді

$$\vec{E}_l = -\vec{\nabla}\varphi, \quad (20)$$

де φ - скалярний потенціал поля. При такому представленні воно завжди є поздовжнім, оскільки

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_l = -\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\varphi = 0. \quad (21)$$

Подіємо на обидві частини першого рівняння Максвелла (1) оператором $(\vec{\nabla} \cdot)$ і врахуємо тотожність $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = 0$. Тоді обидві частини одержаного рівняння повинні дорівнювати нулю, зокрема,

$$\frac{1}{c} \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\sigma \vec{E} \right) = 0. \quad (22)$$

В рівн. (22) не входить поперечна складова поля (див. другу умову в рівн.

(8)). Отже, можна покласти в (22) $\vec{E} = \vec{E}_l$. Тоді (22) набуде вигляду

$$-\frac{1}{c} \left(\frac{\partial}{\partial t} + 4\pi\sigma \right) \Delta\varphi = 0. \quad (23)$$

Рівняння (23) можна задовольнити, коли

$$\Delta\varphi = 0. \quad (24)$$

Будемо шукати його розв'язок у вигляді

$$\varphi_{M,V} = \varphi_{M,V}^0 e^{i(\omega t - kx) \pm \kappa_{M,V} z}. \quad (25)$$

Поле локалізується біля поверхні, лише коли $\kappa_{M,V} > 0$. Після підстановки (25) в (24) одержимо, що нетривіальний розв'язок рівн. (24) існує тоді, коли

$$(\kappa_{M,V})^2 = k^2, \text{ де } \kappa_{M,V} = k > 0. \quad (26)$$

Далі врахуємо, що біля межі двох поверхонь потенціал змінюється плавно і тому $\varphi_M^0 = \varphi_V^0$. Натомість зміна електричного поля відбувається стрибкоподібно. “Зшиваючи” Z -ві компоненти векторів індукції на межі розділу двох середовищ, одержимо, що при $z = 0$ виконується рівність $\varepsilon \kappa_M \varphi_M = -\kappa_V \varphi_V$. Оскільки вже показано, що $\varphi_M = \varphi_V$, $\kappa_M = \kappa_V$, то умова існування ненульового розв’язку має вигляд:

$$\varepsilon + 1 = 0. \quad (27)$$

Підставляючи значення (5) для діелектричної проникливості ε , знайдемо частоту поздовжніх поверхневих коливань:

$$\omega = \omega_p / \sqrt{2}. \quad (28)$$

Як бачимо, вона в $\sqrt{2}$ разів менша, ніж у випадку поздовжніх об’ємних коливань (див. верхню формулу (11)). Це, очевидно, пов’язано з тією обставиною, що над поверхнею відсутні заряди, які істотно збільшили б реакцію системи на збурення поля.

На Рис. 4 для порівняння показані чотири вітки коливань: дві верхні - об’ємних, а дві нижні - поверхневих.

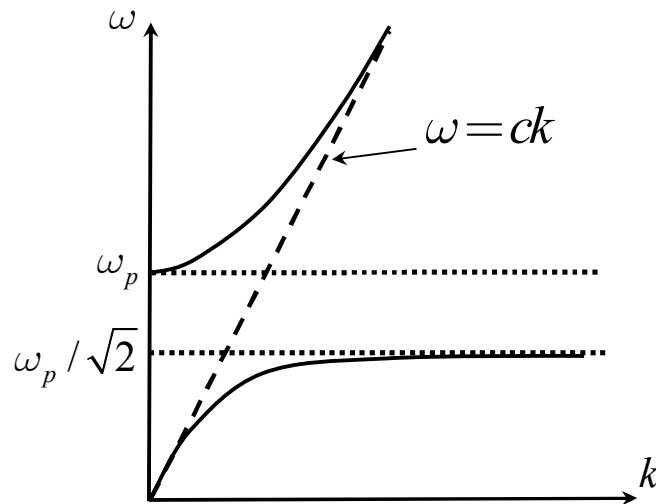


Рис. 4. Всі частоти поверхневих коливань менші, ніж об’ємних. Верхня вітка - поперечні об’ємні хвилі; електричне поле найнижчої вітки – поперечне, але хвиля змішаного типу. При великих та малих частотах обидві криві асимптотично наближаються до вакуумних значень $\omega(k)$ (нахилена пунктирна лінія).

Одержані вище результати легко узагальнити на той випадок, коли з металом межує не вакуум, а діелектрик. Тоді дисперсійні криві змінять своє положення і за змінами можна зафіксувати наявність якогось покриття поверхні або ж забрудненість поверхні. Поверхневі хвилі змінюють свої характеристики і тоді, коли поверхня має структурні дефекти. Щоб дослідити подібні системи, використовують зовнішні електромагнітні поля, якими збуджуються поверхневі хвилі. В наступному параграфі ми опишемо один з поширених методів генерації поверхневих хвиль.

Збудження поверхневих плазмонів.

Для безпосереднього збудження поверхневих плазмонів з частотою ω повинні виконуватись очевидні умови синхронізму. По-перше, частота зовнішнього випромінювання також повинна бути рівною ω . По-друге, періодична картина розподілу фази зовнішнього випромінювання на поверхні повинна збігатися з відповідною картиною поверхневої хвилі. На перший погляд здається, що ці дві умови неможливо одночасно задовольнити. Дійсно, легко переконатися з Рис. 4, що за умови рівності частот хвильовий вектор поверхневої хвилі (нижня крива на Рис. 4) завжди більший, ніж у фотона у вакуумі. До того ж, ефективною є лише проекція хвильового вектора фотона на площину поверхні. Проте її можна збільшити, якщо спрямувати світло на поверхню через прозору призму. На Рис. 5 схематично показано, як зміниться залежність $\omega(k)$ при переході від вакууму до діелектрика. Саме у цьому випадку можна забезпечити умови синхронізму.

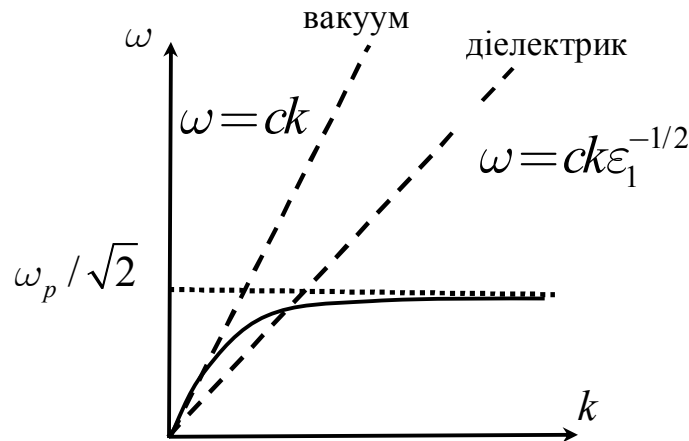


Рис. 5. Зміна нахилу залежності $\omega(k)$ при переході від вакууму до діелектрика з діелектричною проникністю $\epsilon_1 > 1$.

Створення фотонів, для яких виконуються умови синхронізму, було використано А. Отто (1968 р.) для реалізації ефективної фотон-плазмонної взаємодії. Запропонований ним метод дістав назву “порушеного” повного

внутрішнього відбивання. Основним елементом оптичної схеми є призма з діелектричною проникністю $\epsilon_1 > 1$. Перш ніж дійти до поверхні металу, світлова хвиля спочатку потрапляє у призму, де хвильовий вектор збільшується в $\sqrt{\epsilon_1}$ раз, а частота залишається незмінною. Кут падіння підбирається таким, щоб реалізувались умови повного внутрішнього відбивання від нижньої поверхні (див. Рис. 6).

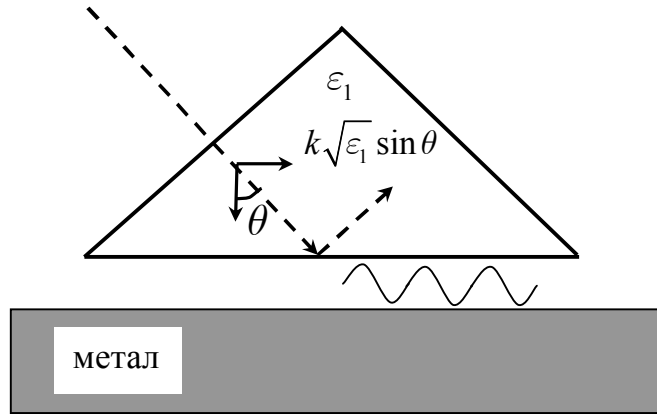


Рис. 6. Збудження поверхневих плазмонів в умовах синхронізму із зовнішнім випромінюванням (конфігурація Отто). Вхідний і відбитий промені показано стрілками.

Коли металева поверхня знаходиться далеко від призми, то світловий промінь виходить лише через праву бічну поверхню призми. Але при наближенні металевого зразка до призми, фотони можуть тунелювати в напрямку поверхні металу. Якщо просторовий розподіл фази такий же, як і в поверхневої хвилі з частотою, що дорівнює частоті випромінювання, то відбувається генерація поверхневих хвиль. У цьому випадку частина енергії пучка перейде в енергію хвилі, про що засвідчить зменшення інтенсивності відбитого випромінювання (внаслідок “порушення” повного внутрішнього відбивання).

Додаток

Кінетичні коефіцієнти знаходять з розв’язків кінетичного рівняння. У найпростішому випадку для точкових частинок його можна записати у вигляді:

$$\left(\partial_t + \vec{V} \partial_{\vec{r}} + e \vec{E} \partial_{\vec{p}} \right) f(\vec{r}, \vec{p}, t) = -\nu \left(f(\vec{r}, \vec{p}, t) - f_0(\vec{p}) \right), \quad (29)$$

де \vec{p} - імпульс частинок, \vec{V} - їх швидкість $\left(\vec{V} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{p}} = \frac{\vec{p}}{m}\right)$, $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$ - функція розподілу, тобто густина частинок у фазовому просторі (в \vec{r}, \vec{p} просторі) в момент часу t , $f_0(\vec{p})$ - рівноважне значення функції розподілу. Функція $f_0(\vec{p})$ для електронів у металі задається фермі-розподілом

$$f_0(\vec{p}) = \frac{1}{V} \left(1 + e^{(\varepsilon_{\vec{p}} - \mu)/T}\right)^{-1}, \quad (30)$$

де μ - хімічний потенціал, V - об'єм системи. У випадку сильно виродженого електронного газу ($\mu \gg T$) функція (30) має вигляд сходинки з дещо "розмитим" правим краєм (Рис. 7).

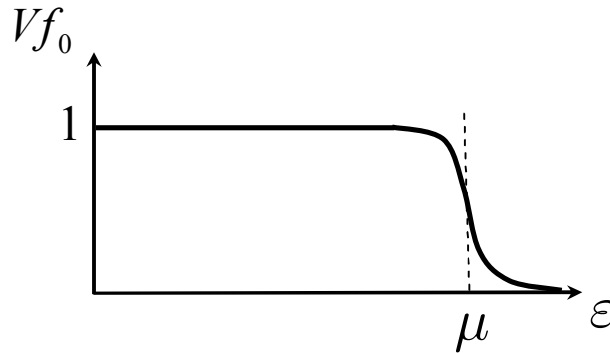


Рис. 7. Енергетичний розподіл електронів металу (фермі-розподіл). "Розмитий" правий край має ширину порядку T . Плоска частина розподілу відповідає повністю заповненим станам електронів провідності.

Зовнішнє поле \vec{E} змінює розподіл $f(\vec{r}, \vec{p}, t)$. Замість рівноважного значення $f_0(\vec{p})$, яке задовольняє рівняння (29) у випадку, коли всі похідні в лівій частині дорівнюють нулю, одержимо розподіл, залежний від \vec{E} . Для дослідження високочастотних явищ в об'ємі та на поверхні металу, задамо поле, як і раніше, у вигляді

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}. \quad (31)$$

Далі вважатимемо поле слабким і тоді можна переписати рівн. (29) у простому вигляді:

$$\left(i(\omega - \vec{k}\vec{V}) + \nu\right) \delta f(\vec{r}, \vec{p}, t) = -e\vec{E} \partial_{\vec{p}} f_0(\vec{p}), \quad (32)$$

де $\delta f(\vec{r}, \vec{p}, t) = f(\vec{r}, \vec{p}, t) - f_0(\vec{p})$.

З рівн. (32) знаходимо величину відхилення функції розподілу від її рівноважного значення

$$\delta f(\vec{r}, \vec{p}, t) = i \frac{e\vec{E} \cdot \partial_{\vec{p}} f_0(\vec{p})}{\omega - \vec{k}\vec{V} - i\nu}. \quad (33)$$

Густина струму для такого розподілу дорівнює

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = e \sum_{\vec{p}, s} \vec{V} \delta f = i e^2 \sum_{\vec{p}, s} \vec{V} \frac{\vec{E} \cdot \partial_{\vec{p}} f_0(\vec{p})}{\omega - \vec{k}\vec{V} - i\nu}, \quad (34)$$

де буквою S позначена спінова змінна, яка може набувати два різних значення. Далі замість квазидискретних значень імпульса \vec{p} перейдемо до неперервних величин, замінивши

$$\sum_{\vec{p}, s} \rightarrow \frac{2V}{(2\pi\hbar)^3} \int d\vec{p}. \quad (35)$$

Отже,

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{i2e^2V}{(2\pi\hbar)^3} \int d\vec{p} \vec{V} \frac{\vec{E} \cdot \partial_{\vec{p}} f_0(\vec{p})}{\omega - \vec{k}\vec{V} - i\nu}. \quad (36)$$

Далі вважатимемо, що частота ω значно перевищує інші величини в знаменнику (36)

$$\omega \gg |\vec{k}\vec{V}|, \nu. \quad (37)$$

Тоді дріб у правій частині (36) можна записати у вигляді

$$\frac{1}{\omega - \vec{k}\vec{V} - i\nu} \approx \frac{1}{\omega} \left[1 + \frac{\vec{k}\vec{V} + i\nu}{\omega} + \frac{(\vec{k}\vec{V} + i\nu)^2}{\omega^2} \right], \quad (38)$$

де кожен наступний член у квадратних дужках (38) є значно меншим по абсолютній величині, ніж попередній. Якщо врахувати лише перший член, то густина струму буде дорівнювати

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{i2e^2V}{(2\pi\hbar)^3 \omega} \int d\vec{p} \vec{V} \left(\vec{E} \cdot \partial_{\vec{p}} f_0(\vec{p}) \right). \quad (39)$$

Вважатимемо, що поле спрямоване в напрямку осі x , $\vec{E} = E\vec{e}_x$. Тоді із структури підінтегрального виразу видно, що лише струм у напрямку поля не дорівнює нулю. Сам інтеграл можна взяти по частинах. Для цього ми врахуємо, що

$$\vec{V} \left(\vec{E} \cdot \partial_{\vec{p}} f_0(\vec{p}) \right) = E \left[\partial_{p_x} \left(\vec{V} f_0(\vec{p}) \right) - f_0(\vec{p}) \partial_{p_x} \vec{V} \right] \quad (40)$$

і, оскільки $\partial_{p_x} \vec{V} = \frac{\vec{e}_x}{m}$, то в результаті одержимо $\vec{j}(\vec{r}, t) = \sigma \vec{E}$, де

$$\sigma = -i \frac{ne^2}{\omega m} \quad (41)$$

Цей вираз ми вже використали після формули (4).

Дисипативну частину провідності можна знайти, врахувавши в квадратних дужках виразу (38) доданок $\frac{i\nu}{\omega}$. Тоді ми знайдемо дійсну частину провідності, яка дає внесок в дисипацію хвиль. Вона дорівнює

$$\delta\sigma = \frac{\nu ne^2}{\omega^2 m} \quad (42)$$

Лінійний по швидкості \vec{V} член не дає внеску в струм внаслідок симетрії функції розподілу (при заміні \vec{p} на $-\vec{p}$ функція $f_0(\vec{p})$ не змінюється). В той же час важливим може бути квадратичний по \vec{V} член з третього доданку в (38). Він визначає слабку дисперсію поздовжнього поля об'ємних та поверхневих хвиль, а отже, і величини їх швидкостей.

Задача.

Яка поляризація електричного поля хвилі поблизу межі металу з діелектриком?

Література.

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, “Электродинамика сплошных сред”, М. “Наука”, 620 с. (1982).
2. I. Bolesta, Surface plazmon polaritons, Electronics and information technologies, Issue 2, P 3-26 (2012).
3. Э. Зенгуил, “Физика поверхности”, М. “Мир”, 536 с. (1990).