



# ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ

## Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>10 Природничі науки</i>
Спеціальність	<i>104 Фізика та астрономія</i>
Освітня програма	<i>Комп'ютерне моделювання фізичних процесів</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредитів / 150 годин (54 лекційних, 36 практичних, 60 СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>Екзамен /МКР</i>
Розклад занять	<i>На сайті <a href="http://roz.kpi.ua/">http://roz.kpi.ua/</a></i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лектор: Швець Олександр Юрійович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктор фіз.-мат. наук <a href="mailto:aleksandrshvetskpi@gmail.com">aleksandrshvetskpi@gmail.com</a> <a href="http://chaos.kpi.ua">chaos.kpi.ua</a> Практичні: Швець Олександр Юрійович, професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктор фіз.-мат. наук <a href="mailto:aleksandrshvetskpi@gmail.com">aleksandrshvetskpi@gmail.com</a> <a href="http://chaos.kpi.ua">chaos.kpi.ua</a></i>
Розміщення курсу	<i><a href="http://chaos.kpi.ua">chaos.kpi.ua</a>, інформаційні ресурси в бібліотеці</i>

### Програма навчальної дисципліни

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності — здатності до логічного мислення, формування особистості студентів; розвиток їх інтелекту і здібностей; здатності вирішувати складні спеціалізовані задачі в галузі фізики та використовувати методи теорії диференціальних рівнянь в інженерних розрахунках.

Програмні компетентності:

#### Загальні компетентності (ЗК)

ЗК 1. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК 2. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

#### Фахові компетентності (ФК)

ФК2. Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.

ФК6. Здатність моделювати фізичні системи та астрономічні явища і процеси.

ФК10. Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей.

#### **Програмні результати навчання**

ПРН9. Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.

ПРН16. Вміти самостійно навчатися та підвищувати рівень своєї кваліфікації.

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

### **Пререквізити:**

Даний кредитний модуль ґрунтується на знаннях студентів, набутих при вивченні кредитних модулів «Математичний аналіз. Частина 1. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної» та «Математичний аналіз. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій багатьох змінних».

### **Постреквізити:**

Даний кредитний модуль забезпечує кредитні модулі: «Загальна фізика. Частина 3. Електрика та магнетизм», «Методи математичної фізики», «Теоретична фізика. Частина 2. Електродинаміка», «Теоретична фізика. Частина 3. Квантова механіка 1. Нерелятивістська квантова механіка», «Теоретична фізика. Частина 4. Термодинаміка та статистична фізика 1. Основні принципи статистики та термодинаміки», «Теорія ймовірностей та математична статистика / Вибрані розділи теорії ймовірностей та математичної статистики / Теорія ймовірностей, математична статистика та їх застосування у фізиці».

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

1. Диференціальні рівняння першого порядку.
2. Диференціальні рівняння вищих порядків.
3. Системи диференціальних рівнянь.
4. Особливі точки лінійних систем.
5. Елементи інтегральних рівнянь.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Основна література**

1. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні та інтегральні рівняння : навчальний посібник, Вид. 2-ге, випр. та доп, Тернопіль : Навчальна книга, Богдан, 2014, 360 с.
2. Черноіван Ю.О. Конспект лекцій з курсу інтегральних рівнянь та елементів функціонального аналізу, <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/inteq-mech.pdf>, 2017, 203с.
3. Швець О.Ю. Диференціальні та інтегральні рівняння, Київ:КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022, 189с, <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48178>
4. Швець О.Ю. Динамічні системи, Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021, 345с, <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42838>

## Додаткова література

1. Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невласні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі. Навч. посіб., Вид. 2-е, вип., К.:Книги України ЛТД, 2014, 470 с.
2. Constanda Christian. Differential Equations, Springer International Publish, 2017, 297р.
3. Abell M.L., Braselton J.P. Differential Equations with Mathematica, Elsevier, 2022, 608р.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекції з навчальної дисципліни та деякі практичні заняття проводяться з використанням сучасних інформаційних технологій та технічних засобів (ноутбук з відповідним пакетом оригінального програмного забезпечення, комп'ютерний проектор, тощо). При проведенні лекційних та практичних занять у очній формі повинен бути забезпечений вільний доступ до мережі Internet. При дистанційній формі навчання використовуються платформи Zoom та Webex.

### Перелік лекцій

#### Лекція 1.

1. 1. Означення диференціального рівняння .
1. 2. Приклади застосування диференціальних рівнянь.
1. 3. Загальні задачі теорії диференціальних рівнянь.
1. 4. Диференціальні рівняння першого порядку.
1. 5. Задача Коші.

#### Лекція 2.

- 2.1. Теорема Коші-Пікара.
- 2.2. Загальний, частинний та особливий розв'язок.

#### Лекція 3.

- 3.1. Рівняння зі змінними, які розділяються.
- 3.2. Однорідні рівняння.
- 3.3. Рівняння які зводяться до однорідного.

#### Лекція 4.

- 4.1. Поняття про лінійне рівняння.
- 4.2. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння.
- 4.3. Властивості розв'язків лінійного однорідного рівняння.
- 4.4. Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння.

#### Лекція 5.

- 5.1. Метод варіації довільної сталої (метод Лагранжа).
- 5.2. Метод Ейлера.
- 5.3. Рівняння Бернуллі.

#### Лекція 6.

- 6.1. Поняття про рівняння у повних диференціалах .
- 6.2. Ознака рівняння у повних диференціалах. Побудова загального інтегралу.
- 6.3. Поняття про інтегруючий множник

#### Лекція 7.

- 7.1. Випадок інтегруючого множника, який залежить тільки від  $x$ .
- 7.2. Випадок інтегруючого множника, який залежить тільки від  $y$ .
- 7.3. Інтегруючий множник і особливі розв'язки.
- 7.4. Перші інтеграли. Загальний інтеграл.

#### Лекція 8.

- 8.1. Рівняння вищих порядків. Попередні зауваження.
- 8.2. Задача Коші та крайова задача.
- 8.3. Загальний розв'язок та загальний інтеграл.
- 8.4. Частинний та особливий розв'язок.

*Лекція 9.*

- 9.1. Рівняння, які утримують тільки незалежну змінну та похідну порядку  $n$ .
- 9.2. Рівняння, яке не утримує шуканої функції та послідовності перших похідних.
- 9.3. Рівняння, яке не утримує незалежної змінної.
- 9.4. Рівняння однорідне відносно шуканої функції та її похідних

*Лекція 10.*

- 10.1. Загальні властивості лінійних рівнянь  $n$ -го порядку.
- 10.2. Однорідне лінійне рівняння  $n$ -го порядку.
  - 10.2.1. Необхідна та достатня умова незалежності  $n$ -розв'язків.
  - 10.2.2. Поняття про фундаментальну систему розв'язків.
  - 10.2.3. Побудова загального розв'язку.

*Лекція 11.*

- 11.1. Неоднорідне лінійне рівняння  $n$ -го порядку.
- 11.2. Структура загального розв'язку.
- 11.3. Метод Лагранжа.

*Лекція 12.*

- 12.1. Лінійні рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
- 12.2. Характеристичне рівняння.
- 12.3. Побудова загального розв'язку однорідного рівняння.

*Лекція 13.*

- 13.1. Неоднорідні лінійні рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
- 13.2. Знаходження частинного розв'язку методом невизначених коефіцієнтів.
- 13.3. Лінійні рівняння другого порядку й коливальні явища.

*Лекція 14.*

- 14.1. Поняття про нормальну систему диференціальних рівнянь.
- 14.2. Геометрична та кінематична інтерпретація нормальної системи.
- 14.3. Загальний, частинний та особливий розв'язок.
- 14.4. Положення рівноваги нормальної системи.

*Лекція 15.*

- 15.1. Формулювання теореми Пікара для нормальної системи диференціальних рівнянь.
- 15.2. Доведення теореми Пікара нормальної системи двох рівнянь.
- 15.3. Теорема Пікара для рівняння  $n$ -того порядку.

*Лекція 16.*

- 16.1. Теорема про неперервну залежність нормальної системи від параметрів.
- 16.2. Теорема неперервну залежність розв'язку нормальної системи від початкових даних.

*Лекція 17.*

- 17.1. Однорідні лінійні системи диференціальних рівнянь.
- 17.2. Поняття про лінійну незалежність системи  $n$  функцій.
- 17.3. Теорема про існування фундаментальної системи розв'язків.
- 17.4. Побудова загального розв'язку.

*Лекція 18.*

- 18.1. Структура загального розв'язку неоднорідної лінійної системи диференціальних рівнянь.
- 18.2. Метод варіації довільних сталих.

*Лекція 19.*

- 19.1. Лінійні системи диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами.
- 19.2. Побудова фундаментальної системи рівнянь.
- 19.3. Побудова загального розв'язку.

*Лекція 20.*

- 20.1. Інші методи побудови загального розв'язку лінійної системи диференціальних рівн.
  - 20.1.1. Метод виключення.
  - 20.1.2. Метод Даламбера.

*Лекція 21.*

- 21.1. Стійкість за Ляпуновим розв'язків диференціальних рівнянь.
- 21.2. Рівняння у варіаціях та рівняння першого наближення.

*Лекція 22.*

- 22.1. Теореми Ляпунова про стійкість.
- 22.2. Стійкість та асимптотична стійкість лінійної системи з постійними коефіцієнтами.

*Лекція 23.*

- 23.1. Класифікація особливих точок лінійної однорідної системи другого порядку.
  - 23.1.1. Вузол.
  - 23.1.2. Сідло.
  - 23.1.3. Вироджений та дикритичний вузол.

*Лекція 24.*

- 24.1. Класифікація особливих точок лінійної однорідної системи другого порядку (продовження).
  - 24.1.1. Фокус, центр.
  - 24.1.2. Особлива лінія, вироджене сідло.
  - 24.1.3. Сигма дельта діаграма стійкості.

*Лекція 25.*

- 25.1. Класифікація лінійних інтегральних рівнянь
- 25.2. Загальні властивості лінійних інтегральних рівнянь.
- 25.3. Рівняння Фредгольма з виродженим ядром.

*Лекція 26.*

- 26.1. Теорема про можливість розв'язання інтегрального рівняння.

*Лекція 27.*

- 27. Альтернатива Фредгольма.
- 27.2. Метод ітерацій

***Перелік (орієнтовно) практичних занять***

*Практичне заняття 1.* Рівняння зі змінними, які розділяються.

*Практичне заняття 2.* Однорідні рівняння.

*Практичне заняття 3.* Лінійні рівняння першого порядку.

*Практичне заняття 4.* Рівняння Бернуллі. Рівняння у повних диференціалах.

*Практичне заняття 5.* Застосування інтегруючих множників.

*Практичне заняття 6-8.* Розв'язування рівнянь вищих порядків.

*Практичне заняття 9.* Лінійні однорідні рівняння n-го порядку.

*Практичне заняття 10.* Лінійні неоднорідні рівняння n-го порядку. Метод Лагранжа.

*Практичне заняття 11.* Лінійні неоднорідні рівняння n-го порядку. Метод невизначених коефіцієнтів.

*Практичне заняття 12-14.* Системи лінійних диференціальних рівнянь. Застосування в теорії коливань.

*Практичне заняття 15-17.* Класифікація особливих точок (положень рівноваги) лінійних диференціальних рівнянь .

*Практичне заняття 18.* МКР.

На практичних заняттях - Завдання до виконання (згідно до вказаного списку основної літератури).

**5.2. Технічне забезпечення:** Повинен бути гаджет (ноутбук, планшет, смартфон) у кожного здобувача вищої освіти.

## 6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач.

### Політика та контроль

#### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3)

Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

#### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

**Поточний контроль:** експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР.

**Календарний контроль:** провадиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу,.

**Семестровий контроль:** екзамен.

**Умови допуску до семестрового контролю:** семестровий рейтинг не менше 60 балів.

#### Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Кожен здобувач вищої освіти отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні. Головна частина рейтингу студента формується завдяки *активній творчій* праці на практичних заняттях, виконанні поточних домашніх завдань та результатах модульної контрольної роботи.

##### 1. Поточний контроль

###### 1. Робота на практичних заняттях

Ваговий бал – 2, якість роботи – 0 - 2 (відповідь: повна – 2, неповна –1, відсутня – 0, бездоганна – 3). Максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях – не обмежена.

###### 2. Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота розбивається на дві контрольні роботи, кожна з яких містить 1 теоретичне питання і 2-3 практичні задачі. Ваговий бал кожної контрольної роботи – 15 балів. Максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу – 30 балів.

Переписування контрольної роботи з метою підвищення балів – не передбачене.

Загальний семестровий рейтинговий бал:

$$R = R_{\text{ПЗ}} + R_{\text{МКР}} + R_{\text{РГР}} = R_{\text{ПЗ}} + 30 + 30,$$

де  $R_{\text{ПЗ}}$  – максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях,  $R_{\text{МКР}}$  – максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу.

##### 2. Календарний контроль

Здійснюється двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу

Критерій	Перший	Другий
Термін	8-й тиждень	14-й тиждень
Умови отримання позитивного результату	якщо поточний рейтинговий бал складає не менше 50% від максимально можливого балу на момент календарного контролю	якщо поточний рейтинговий бал складає не менше 50% від максимально можливого балу на момент календарного контролю

##### 3. Семестровий контроль (Екзаменаційна контрольна робота)

Якщо на момент семестрового контролю, за умови виконання всіх умов допуску до семестрового контролю, здобувача вищої освіти не задовольняє набрана кількість балів за семестр, то результати рейтингової оцінки скасовуються і здобувач вищої освіти здає екзамен.

Екзаменаційні білети містять два теоретичні питання та два практичні завдання. Екзамен може бути оцінений від 0 до 100 балів.

#### **4 Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою**

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

#### **Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

##### **Складено**

професор кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, доктор фіз.-мат. наук  
Швець Олександр Юрійович

**Ухвалено** кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол №9 від 07.07. 2022р.)

**Погоджено** Методичною комісією ФМФ (протокол № 8 від 11.07. 2022)