



ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ та ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Силабус

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	10 Природничі науки
Спеціальність	104 Фізика та астрономія
Освітня програма	Комп'ютерне моделювання фізичних процесів
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	очна (денна)
Рік підготовки, семестр	2 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	5 кредити ЄКТС (150 годин), з них лекції 54 годин, практичні заняття 36 годин, самостійна робота 60 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/модульна контрольна робота
Розклад занять	http://roz.kpi.ua , https://schedule.kpi.ua
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович Практичні: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович viktor.gera@gmail.com
Розміщення курсу	платформа дистанційного навчання Sikorsky Distance, електронний кампус КПІ esampus.kpi.ua , сайт кафедри, інформаційні ресурси бібліотеки, група в Telegram

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Опис навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна «Диференціальні та інтегральні рівняння» належить до циклу дисциплін загальної підготовки, які складають основу підготовки бакалаврів фізики.

Дана дисципліна є теоретичною основою сукупності знань та вмінь, що формують математичний апарат майбутнього фахівця-фізика. Вона є запорукою успішного подальшого вивчення дисциплін професійної та практичної підготовки, застосування математичних методів для аналізу науково-природничих явищ. Оволодіння методами теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, крім розвинення математичної ерудиції, дозволить слухачам застосовувати набуті знання для розв'язування наукових і прикладних задач у таких різних галузях науки, як математика, фізика, хімія, біологія та деяких галузях сучасного високотехнологічного виробництва.

Кредитний модуль дисципліни «Диференціальні та інтегральні рівняння» присвячений розкриттю наукових концепцій, понять, методів і застосувань теорії диференціальних та інтегральних рівнянь у фізиці.

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів інтегральної компетентності – здатності до логічного абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до розвитку інтелекту і здібностей розв'язувати складні задачі й проблеми фізики та астрономії у професійній діяльності та/або в процесі навчання з використанням методів теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.

1.2. Предмет вивчення дисципліни

Предмет навчальної дисципліни – диференціальні та інтегральні рівняння та методи їх розв'язання.

1.3. Результати навчання

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

ЗК01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

Фахові компетентності спеціальності(ФК)

ФК02 Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.

ФК10 Здатність самостійно навчатися і опановувати нові знання з фізики, астрономії та суміжних галузей.

Програмні результати навчання

ПРН9 Мати базові навички проведення теоретичних та/або експериментальних наукових досліджень з окремих спеціальних розділів фізики або астрономії, що виконуються індивідуально (автономно) та/або у складі наукової групи.

ПРН16 Мати навички роботи із сучасною обчислювальною технікою, вміти використовувати стандартні пакети прикладних програм і програмувати на рівні, достатньому для реалізації чисельних методів розв'язування фізичних задач, комп'ютерного моделювання фізичних та астрономічних явищ і процесів, виконання обчислювальних експериментів.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Навчальна дисципліна «Диференціальні та інтегральні рівняння» викладається в третьому семестрі на базі математичного аналізу, лінійної алгебри та аналітичної геометрії, векторного та тензорного аналізу. Забезпечує такі навчальні дисципліни як методи математичної фізики, загальна фізика та інші.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Диференціальні рівняння першого порядку

Розділ 2. Диференціальні рівняння вищих порядків

Розділ 3. Системи диференціальних рівнянь

Розділ 4. Особливі точки лінійних систем

Розділ 5. Елементи інтегральних рівнянь

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. *Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О.* Диференціальні та інтегральні рівняння (3-є видання) К.: ВПЦ "Київський університет", 2010. – 528 с.
2. *Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О.* Диференціальні рівняння в задачах, К.: Либідь, 2003. – 504 с.
3. *Швець О.Ю.* Диференціальні та інтегральні рівняння, Київ, КПІ ім. І. Сікорського, 2022. – 189 с.
4. *Герасимчук В.С., Васильченко Г.С., Кравцов В.І.* Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невластні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі. – К.: Книги України ЛТД, 2014. – 470 с.

Допоміжна

5. *Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М.* Диференціальні та інтегральні рівняння – К.: Либідь, 2004. – 408 с.
6. *Перестюк М.О., Свіщук М.Я.* Збірник задач з диференціальних рівнянь – Київ: Либідь, 2004. – 189 с.
7. *Івасишен С.Д., Лавренчук В.П., Турчина Н.І.* Звичайні диференціальні рівняння: методи розв'язування та застосування: [Електронний ресурс] навч. посіб. для студ. спеціальності 111 «Математика» / КПІ ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані (1 файл: 1,38 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 329 с.
8. *Гарашенко Ф.Г., Матвієнко В.Т., Харченко І.І.* Диференціальні рівняння для інформатиків. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2008. – 352 с.

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

Лекція 1.

- 1.1. Означення диференціального рівняння.
- 1.2. Приклади застосування диференціальних рівнянь.

- 1.3. Загальні задачі теорії диференціальних рівнянь.
- 1.4. Диференціальні рівняння 1-го порядку.
- 1.5. Задача Коші.

Лекція 2.

- 2.1. Теорема Коші-Пікара.
- 2.2. Загальний, частинний та особливий розв'язок.

Лекція 3.

- 3.1. Рівняння зі змінними, що розділяються.
- 3.2. Однорідні рівняння.
- 3.3. Рівняння які зводяться до однорідного.

Лекція 4.

- 4.1. Поняття про лінійне рівняння.
- 4.2. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного рівняння.
- 4.3. Властивості розв'язків лінійного однорідного рівняння.
- 4.4. Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння.

Лекція 5.

- 5.1. Метод варіації довільної сталої (метод Лагранжа).
- 5.2. Метод Ейлера.
- 5.3. Рівняння Бернуллі.

Лекція 6.

- 6.1. Поняття про рівняння у повних диференціалах.
- 6.2. Ознака рівняння у повних диференціалах. Побудова загального інтегралу.
- 6.3. Поняття про інтегруючий множник.

Лекція 7.

- 7.1. Випадок інтегруючого множника, який залежить тільки від x .
- 7.2. Випадок інтегруючого множника, який залежить тільки від y .
- 7.3. Інтегруючий множник і особливі розв'язки.
- 7.4. Перші інтеграли. Загальний інтеграл.

Лекція 8.

- 8.1. Рівняння вищих порядків. Попередні зауваження.
- 8.2. Задача Коші та крайова задача.
- 8.3. Загальний розв'язок та загальний інтеграл.
- 8.4. Частинний та особливий розв'язок.

Лекція 9.

- 9.1. Рівняння, які утримують тільки незалежну змінну та похідну порядку n .
- 9.2. Рівняння, яке не утримує шуканої функції та послідовності перших похідних.
- 9.3. Рівняння, яке не утримує незалежної змінної.
- 9.4. Рівняння однорідне відносно шуканої функції та її похідних

Лекція 10.

- 10.1. Загальні властивості лінійних рівнянь n -го порядку.
- 10.2. Однорідне лінійне рівняння n -го порядку.
 - 10.2.1. Необхідна та достатня умова незалежності n -розв'язків.
 - 10.2.2. Поняття про фундаментальну систему розв'язків.
 - 10.2.3. Побудова загального розв'язку.

Лекція 11.

- 11.1. Неоднорідне лінійне рівняння n -го порядку.
- 11.2. Структура загального розв'язку.
- 11.3. Метод Лагранжа.

Лекція 12.

- 12.1. Лінійні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
- 12.2. Характеристичне рівняння.
- 12.3. Побудова загального розв'язку однорідного рівняння.

Лекція 13.

- 13.1. Неоднорідні лінійні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
- 13.2. Знаходження частинного розв'язку методом невизначених коефіцієнтів.
- 13.3. Лінійні рівняння 2-го порядку та коливальні явища.

Лекція 14.

- 14.1. Поняття про нормальну систему диференціальних рівнянь.
- 14.2. Геометрична та кінематична інтерпретація нормальної системи.
- 14.3. Загальний, частинний та особливий розв'язок.
- 14.4. Положення рівноваги нормальної системи.

Лекція 15.

- 15.1. Формулювання теореми Пікара для нормальної системи диференціальних рівнянь.
- 15.2. Доведення теореми Пікара нормальної системи двох рівнянь.
- 15.3. Теорема Пікара для рівняння n -того порядку.

Лекція 16.

- 16.1. Теореми про неперервну залежність нормальної системи від параметрів.
- 16.2. Теорема неперервну залежність розв'язку нормальної системи від початкових даних.

Лекція 17.

- 17.1. Однорідні лінійні системи диференціальних рівнянь.
- 17.2. Поняття про лінійну незалежність системи n функцій.
- 17.3. Теорема про існування фундаментальної системи розв'язків.
- 17.4. Побудова загального розв'язку.

Лекція 18.

- 18.1. Структура загального розв'язку неоднорідної лінійної системи диференціальних рівнянь.
- 18.2. Метод варіації довільних сталих.

Лекція 19.

- 19.1. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
- 19.2. Побудова фундаментальної системи рівнянь.
- 19.3. Побудова загального розв'язку.

Лекція 20.

- 20.1. Інші методи побудови загального розв'язку лінійної системи диференціальних рівнянь.
 - 20.1.1. Метод виключення.
 - 20.1.2. Метод Д'Аламбера.

Лекція 21.

- 21.1. Стійкість за Ляпуновим розв'язків диференціальних рівнянь.
- 21.2. Рівняння у варіаціях та рівняння першого наближення.

Лекція 22.

- 22.1. Теореми Ляпунова про стійкість.
- 22.2. Стійкість та асимптотична стійкість лінійної системи зі сталими коефіцієнтами.

Лекція 23.

- 23.1. Класифікація особливих точок лінійної однорідної системи 2-го порядку.
 - 23.1.1. Вузол.
 - 23.1.2. Сідло.
 - 23.1.3. Вироджений та дикритичний вузол.

Лекція 24.

- 24.1. Класифікація особливих точок лінійної однорідної системи 2-го порядку (продовження).
 - 24.1.1. Фокус, центр.
 - 24.1.2. Особлива лінія, вироджене сідло.
 - 24.1.3. Сигма-дельта діаграма стійкості.

Лекція 25.

- 25.1. Класифікація лінійних інтегральних рівнянь.
- 25.2. Загальні властивості лінійних інтегральних рівнянь.
- 25.3. Рівняння Фредгольма з виродженим ядром.

Лекція 26.

- 26.1. Теорема про можливість розв'язання інтегрального рівняння.

Лекція 27.

- 27.1. Альтернатива Фредгольма.
- 27.2. Метод ітерацій.

Практичні заняття

Практичне заняття 1. Рівняння зі змінними, що розділяються.

Практичне заняття 2. Однорідні рівняння.

Практичне заняття 3-4. Лінійні рівняння 1-го порядку: методи Лагранжа, Ейлера, Бернуллі.

Практичне заняття 5. Рівняння Бернуллі. Рівняння у повних диференціалах.

Практичне заняття 6. Застосування інтегруючих множників.

Практичне заняття 7-9. Розв'язування рівнянь вищих порядків.

Практичне заняття 10. Лінійні однорідні рівняння n-го порядку.

Практичне заняття 11. Лінійні неоднорідні рівняння n-го порядку. Метод Лагранжа.

Практичне заняття 12. Лінійні неоднорідні рівняння n-го порядку. Метод невизначених коефіцієнтів.

Практичне заняття 13-14. Системи лінійних диференціальних рівнянь. Застосування в теорії коливальних.

Практичне заняття 15-17. Класифікація особових точок (положень рівноваги) лінійних диференціальних рівнянь.

Практичне заняття 18. МКР.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів включає підготовку до аудиторних занять, опрацювання лекційного матеріалу, підготовку до практичних занять, виконання поточних домашніх завдань (ДЗ). Терміни виконання: домашні завдання – упродовж часу до наступного практичного заняття.

Кожного разу, починаючи на лекції нову тему, наводяться приклади відповідних темі лекції фізичних (природних) явищ або процесів, які спонукали до введення математичних уявлень та методів, що вивчаються. Або, у який спосіб і як використовуються в фізиці математичні уявлення та методи нової теми. На всіх етапах, починаючи з введення нових математичних понять та умов їх застосування, до обговорення залучаються студенти. На заключних етапах розв'язування задач і при аналізі результатів можливе застосування комп'ютерних обчислювальних та графічних програм.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

7.1. Форми роботи

Навчальні заняття зазвичай проводяться у навчальних аудиторіях в off-line режимі. В умовах карантину та воєнного стану використовується on-line режим із застосуванням усіх доступних наочних засобів подання матеріалу (Zoom, Meet Google, Skype та інше). Додатково студенти отримують всі навчальні та методичні матеріали в електронному кампусі, telegram-каналі або по e-mail.

7.2. Правила відвідування занять

Заняття проводяться згідно з розкладом у навчальних аудиторіях, або в умовах карантину та воєнного стану в on-line режимі з використанням доступних засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять в on-line режимі регламентується відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно повідомити викладача про можливий пропуск контрольного заходу. Протягом наступного тижня здобувач вищої освіти має звернутися до викладача для погодження форми та порядку усунення заборгованості.

Якщо аудиторне заняття випадає на неробочий (святковий) день, то матеріал такого заняття частково переноситься в категорію «Самостійна робота студентів», а частково додається до наступного заняття.

7.3. Правила призначення заохочувальних та штрафних балів

Заохочувальні бали:

До 5 балів – за активну роботу щонайменше на 5-ти заняттях (обґрунтовані відповіді на запитання, самостійне розв'язування задач та їх аналіз, участь в обговореннях);

До 10 балів – студенту, який підготував і подав для у часті у студентській науковій конференції матеріал за тематикою навчальної дисципліни (за умови доповіді на конференції).

Штрафні бали:

Під час воєнного стану – не застосовуються.

8. Політика університету

8.1. Політика щодо академічної доброчесності

Безумовне дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділ 3).

Усі завдання мають виконуватися самостійно! Співпраця студентів дозволена лише при розв'язанні проблемних завдань, але свій розв'язок кожен студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту/заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність вважається порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, детальніше: <https://kpi.ua/code>

8.2. Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Оцінювання та контрольні заходи

9. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (РСО)

9.1. Види контролю

Вид контролю	Спосіб контролю
Поточний контроль	Перевірка виконання домашніх завдань (ДЗ), опитування за темою заняття
Календарний контроль	Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу; модульні контрольні роботи (МКР)
Семестровий контроль	Екзамен
Умови допуску до семестрового контролю	Семестровий рейтинг студента не менше 50 балів, за умови зарахування усіх домашніх завдань (ДЗ)

9.2. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Головна частина рейтингу студента формується завдяки *активній творчій праці* на практичних заняттях, виконанні поточних домашніх завдань та результатах модульної контрольної роботи.

Види контролю:

- поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий);
- календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання ДЗ.

Кожен здобувач вищої освіти отримує свій підсумковий рейтинг по дисципліні.

1. Поточний контроль

1. Робота на практичних заняттях

Ваговий бал – 2, якість роботи – 0 - 2 (відповідь: бездоганна – 3; повна і своєчасна (до наступного практичного заняття) – 2; неповна, або несвоєчасна –1; відсутня – 0). Максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях – не обмежена.

2. Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота розбивається на дві контрольні роботи, кожна з яких містить 1 теоретичне питання і 3 практичні задачі. Ваговий бал кожної контрольної роботи – 15 балів. Максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу – 30 балів. Переписування контрольної роботи з метою підвищення балу – не передбачене.

Загальний семестровий рейтинговий бал:

$$R = R_{ПЗ} + R_{МКР} = R_{ПЗ} + 30,$$

де $R_{ПЗ}$ – максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях, $R_{МКР}$ – максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу.

2. Календарний контроль

Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу, базується на поточній рейтинговій оцінці. Умовою позитивної атестації є значення поточного рейтингу студента не менше 50%

від максимально можливого на час атестації. Бал, необхідний для отримання позитивного календарного контролю доноситься до студентів викладачем не пізніше ніж за 2 тижні до початку календарного контролю.

3. Семестровий контроль (Екзаменаційна контрольна робота)

Якщо на момент семестрового контролю, за умов виконання всіх умов допуску до семестрового контролю, здобувача вищої освіти не задовольняє набрана кількість балів за семестр, то здобувач вищої освіти здає екзамен.

Екзаменаційні білети містять два теоретичні питання та два практичні завдання. Екзамен може бути оцінений в 50 балів.

4 Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

Рейтингова оцінка здобувача	Університетська шкала оцінок рівня здобутих компетентностей
95...100	Відмінно
85...94	Дуже добре
75...84	Добре
65...74	Задовільно
60...64	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь,
доктором фіз.-мат. наук, професором Герасимчуком В.С.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25.06.2025р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2025р.)